



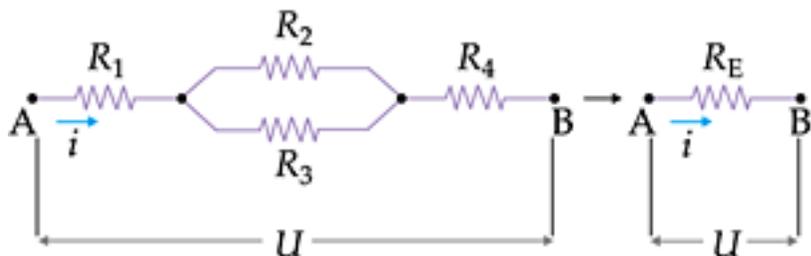
Capítulo 03. Associação de Resistores

1. Introdução

Em trabalhos práticos, é freqüente necessitarmos de um resistor de cujo valor de resistência elétrica não dispomos no momento, ou que não seja fabricado pelas firmas especializadas. Nestes casos, a solução do problema é obtida através da associação de outros resistores com o objetivo de se obter o resistor desejado.

Podemos associar resistores das mais variadas formas, porém daremos um destaque especial, neste capítulo, às associações em série, paralelo e mista.

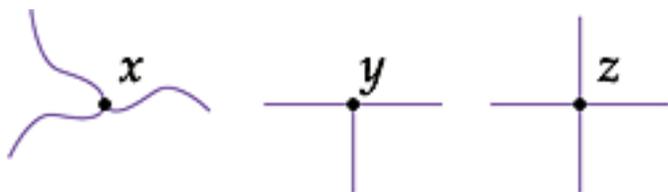
É importante observarmos que, qualquer que seja a associação efetuada, estaremos sempre interessados em obter o **resistor equivalente**, ou seja, obter um resistor único que, colocado entre os mesmos pontos A e B de uma associação, fique sujeito à mesma ddp e seja percorrido por uma corrente de intensidade igual à da associação.



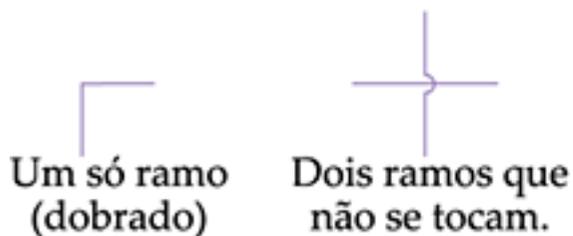
Em circuitos elétricos utiliza-se o conceito de **nó**, que é a junção de três ou mais ramos de circuito.

Exemplos

• São nós:



• Não são nós:

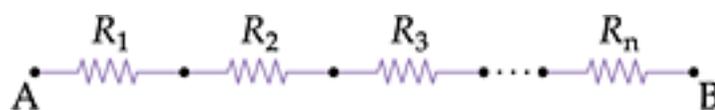


Tal conceito é muito importante no estudo das associações em série e paralelo de elementos de um circuito elétrico.

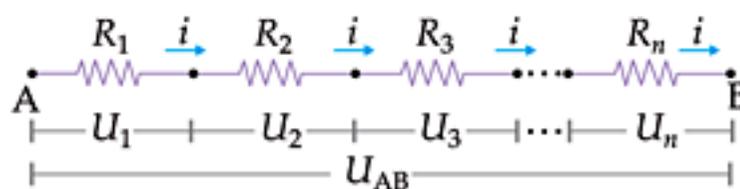
2. Associação em Série

Um conjunto de resistores quaisquer é dito **associado em série** quando todos os resistores forem percorridos pela **mesma corrente elétrica**.

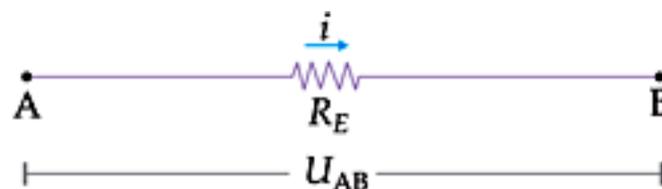
Para que tenhamos uma associação em série, é necessário que os resistores sejam ligados um em seguida ao outro, ou seja, não pode haver nó entre os resistores. A figura abaixo ilustra uma associação em série de n resistores.



Para determinarmos o resistor equivalente a uma associação em série de n resistores, devemos lembrar que a corrente elétrica é a mesma, tanto para o resistor equivalente quanto para os resistores associados, e que a ddp no resistor equivalente é a soma das ddps em cada resistor associado.



3. Resistor Equivalente



Sendo:

$$U_{AB} = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

e sendo $U = R i$

$$\text{temos: } R_E \cdot i = R_1 \cdot i + R_2 \cdot i + \dots + R_n \cdot i$$

ou seja:

$$R_E = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$



Capítulo 03. Associação de Resistores

O resistor equivalente a uma associação em série possui uma resistência elétrica igual à soma das resistências elétricas dos resistores associados e, conseqüentemente, esse valor é maior que o maior dos resistores que compõem a associação.

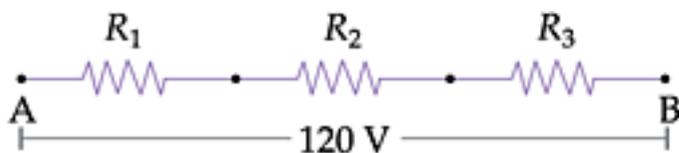
Portanto, **uma associação em série** de resistores apresenta as seguintes propriedades:

1. A corrente elétrica é a mesma em todos os resistores.
2. A ddp nos extremos da associação é igual à soma das ddps em cada resistor.
3. A resistência equivalente é igual à soma das resistências dos resistores associados.
4. O resistor associado que apresentar a maior resistência elétrica estará sujeito à maior ddp.
5. A potência dissipada é maior no resistor de maior resistência elétrica.
6. A potência total consumida é a soma das potências consumidas em cada resistor.

Exercícios Resolvidos

01. Três resistores de resistências elétricas iguais a $R_1 = 20 \Omega$; $R_2 = 30 \Omega$ e $R_3 = 10 \Omega$ estão associados em série e 120 V é aplicado à associação. Determinar:

- a) a resistência do resistor equivalente;
- b) a corrente elétrica em cada resistor;
- c) a voltagem em cada resistor;
- d) a potência total consumida pelos resistores.



Resolução

$$a) R_E = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_E = 20 + 30 + 10 \Rightarrow R_E = 60 \Omega$$

$$b) U = R_E \cdot i \Rightarrow 120 = 60 \cdot i \Rightarrow i = 2A \text{ para todos os resistores.}$$

$$c) U_1 = R_1 \cdot i \Rightarrow U_1 = 20 \cdot 2 \Rightarrow U_1 = 40 V$$

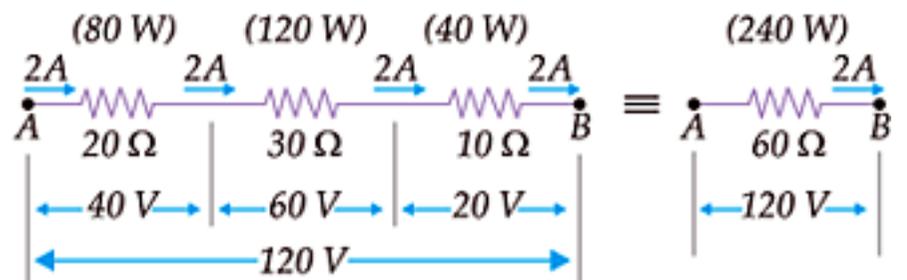
$$U_2 = R_2 \cdot i \Rightarrow U_2 = 30 \cdot 2 \Rightarrow U_2 = 60 V$$

$$U_3 = R_3 \cdot i \Rightarrow U_3 = 10 \cdot 2 \Rightarrow U_3 = 20 V$$

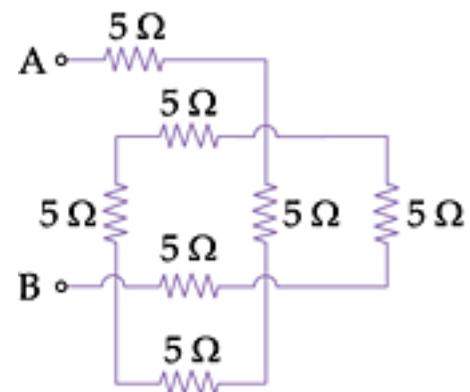
$$d) P_T = P_1 + P_2 + P_3$$

$$\Rightarrow P_T = U_1 \cdot i + U_2 \cdot i + U_3 \cdot i$$

$$P_T = (40 + 60 + 20) \cdot 2 \Rightarrow P_T = 240 W$$



02. Dada a associação, determine o resistor equivalente.



Resolução

Como não há nó entre os resistores, eles estão todos em série e, por serem iguais, a resistência equivalente é:

$$R_E = n \cdot R \Rightarrow R_E = 7 \cdot 5$$

$$R_E = 35 \Omega$$

onde $n = 7$ é o número de resistores.

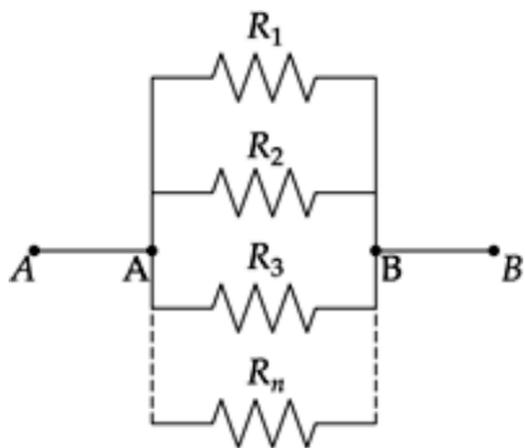


Capítulo 03. Associação de Resistores

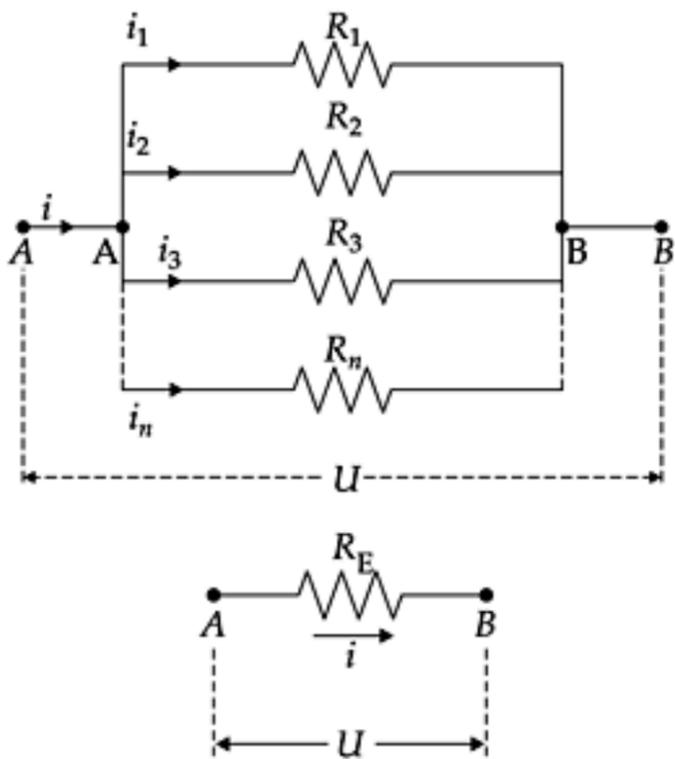
4. Associação em Paralelo

Um conjunto de resistores quaisquer é dito **associado em paralelo** quando todos os resistores estiverem submetidos à **mesma diferença de potencial**.

Para que isso aconteça, todos os resistores devem ser ligados aos mesmos nós A e B, conforme a figura abaixo.



Para determinarmos o resistor equivalente a uma associação de n resistores em paralelo, devemos nos lembrar de que todos os resistores estão submetidos à mesma ddp e que a corrente elétrica total da associação é a soma das correntes elétricas em cada resistor.



Sendo:

$$i_T = i_1 + i_2 + \dots + i_n \Rightarrow i = \frac{U}{R}$$

temos:

$$\frac{U}{R_E} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \dots + \frac{U}{R_n}$$

ou seja:

$$\frac{1}{R_E} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

ou, de modo geral:

$$\frac{1}{R_E} = \sum \frac{1}{R}$$

O resistor equivalente apresenta uma resistência elétrica cujo inverso é igual à soma dos inversos das resistências dos resistores que compõem a associação e, conseqüentemente, a resistência do resistor equivalente é menor que a menor das resistências associadas.

Casos Particulares:

1. No caso dos n resistores apresentarem a **mesma resistência**, ou seja, $R_1 = R_2 = \dots = R_n = R$, o resistor equivalente terá uma resistência dada por:

$$R_E = \frac{R}{n}$$

2. Se a associação é composta por apenas **dois resistores R_1 e R_2** , o resistor equivalente é dado por:

$$\frac{1}{R_E} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_E} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

ou

$$R_E = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

ou seja, a resistência equivalente é dada pelo produto dividido pela soma das resistências dos resistores associados.

Portanto, **uma associação em paralelo** apresenta as seguintes propriedades:



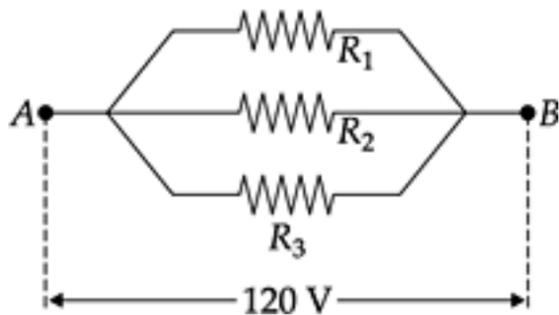
Capítulo 03. Associação de Resistores

1. a ddp (voltagens) é a mesma para todos os resistores;
2. a corrente elétrica total da associação é a soma das correntes elétricas em cada resistor;
3. o inverso da resistência equivalente é igual à soma dos inversos das resistências associadas;
4. a corrente elétrica é inversamente proporcional à resistência elétrica, ou seja, na maior resistência passa a menor corrente elétrica;
5. a potência elétrica é inversamente proporcional à resistência elétrica, portanto, no maior resistor temos a menor dissipação de energia;
6. a potência total consumida é a soma das potências consumidas em cada resistor.

Exercícios Resolvidos

01. Três resistores de resistências elétricas iguais a $R_1 = 60 \Omega$; $R_2 = 30 \Omega$ e $R_3 = 20 \Omega$ estão associados em paralelo, sendo a ddp da associação igual a 120 V. Determinar:

- a) a resistência do resistor equivalente à associação;
- b) a corrente elétrica em cada resistor;
- c) a potência total dissipada pela associação.



Resolução

a)

$$\frac{1}{R_E} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_E} = \frac{1}{60} + \frac{1}{30} + \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{R_E} = \frac{(1 + 2 + 3)}{60}$$

$$R_E = 10 \Omega$$

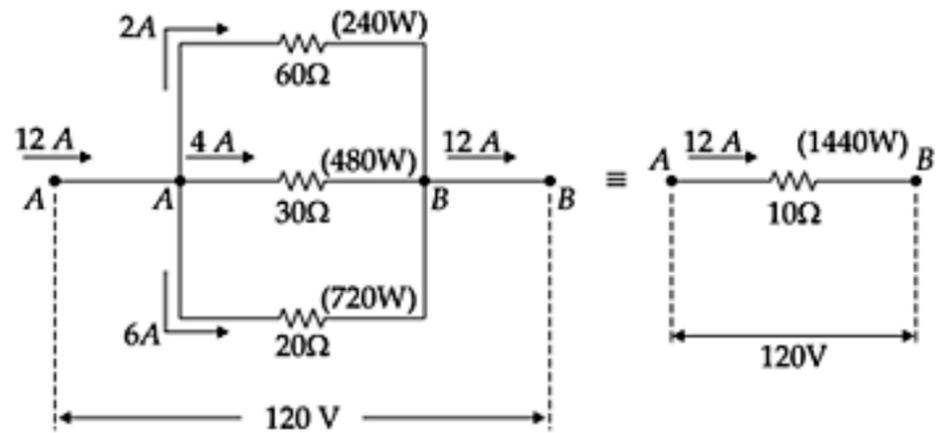
b) Em paralelo, a ddp é a mesma em todos os resistores:

$$i_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{120}{60} \Rightarrow i_1 = 2 \text{ A}$$

$$i_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{120}{30} \Rightarrow i_2 = 4 \text{ A}$$

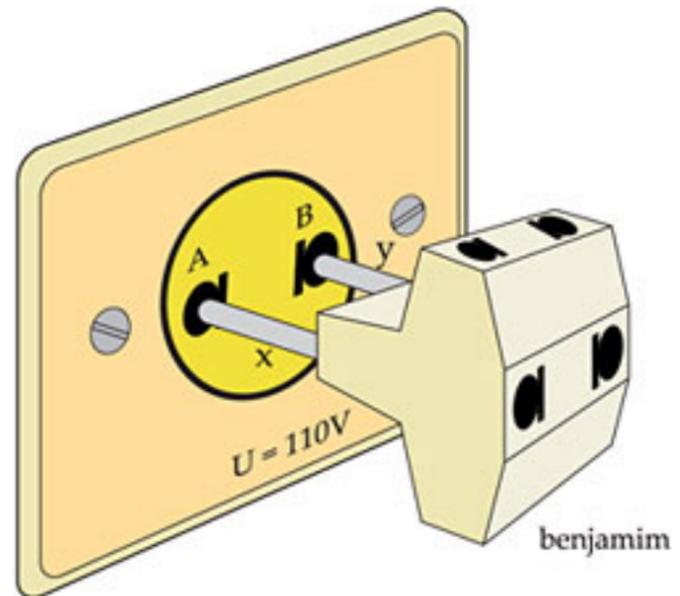
$$i_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{120}{20} \Rightarrow i_3 = 6 \text{ A}$$

c) $P_T = P_1 + P_2 + P_3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow P_T = U \cdot i_1 + U \cdot i_2 + U \cdot i_3$
 $P_T = 120 (2 + 4 + 6) \Rightarrow P_T = 1440 \text{ W}$



02. Utilizando-se um "benjamim" ligam-se numa mesma tomada de 110 V:

- uma lâmpada de 22Ω
- um aquecedor de 1 100 W
- um ferro elétrico de 1 650 W



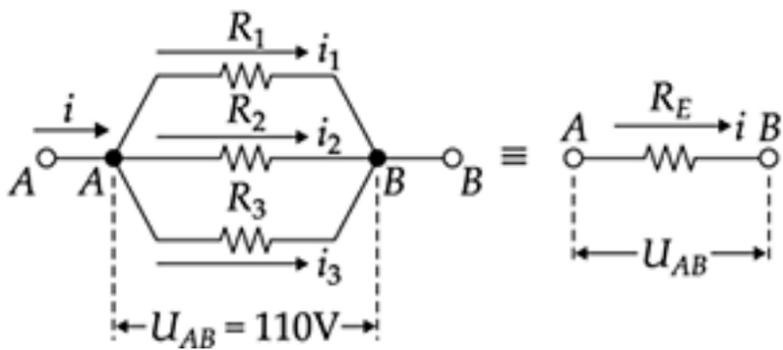
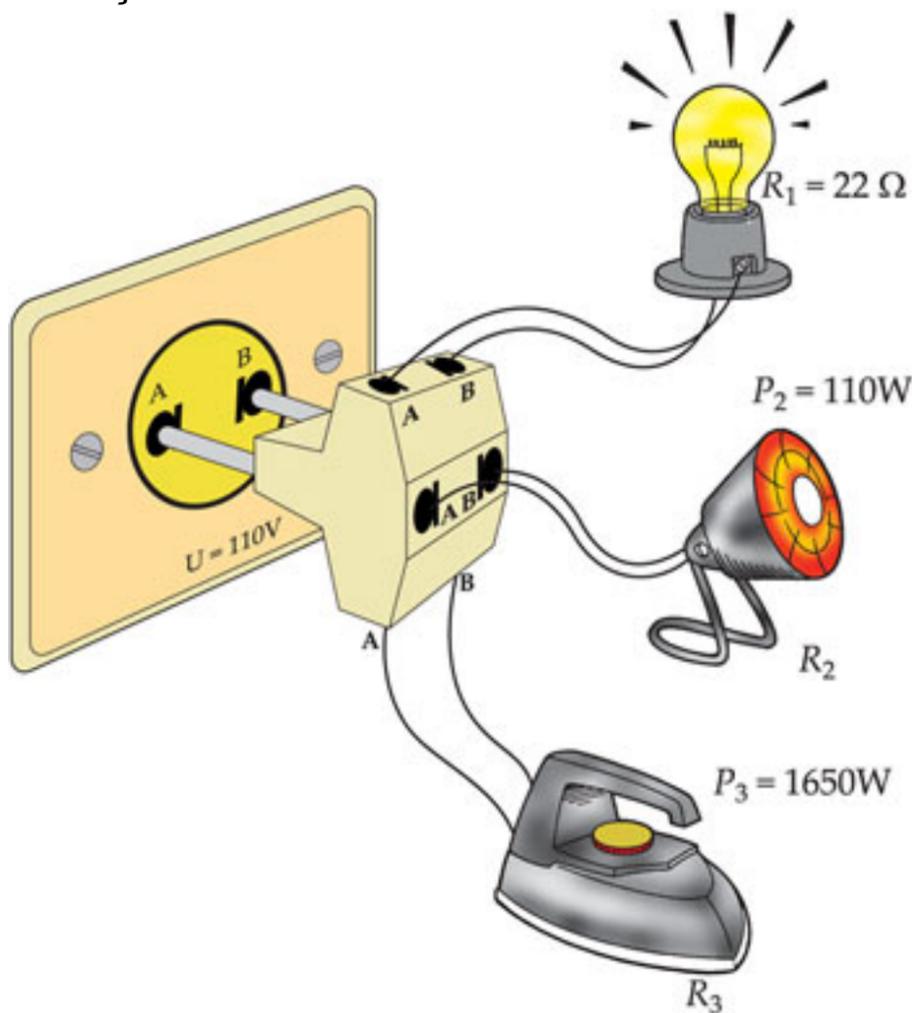


Capítulo 03. Associação de Resistores

Determine:

- a) a corrente elétrica em cada elemento;
- b) a corrente elétrica no pino X do benjamim;
- c) o tipo de associação formada pelos elementos e a resistência equivalente da associação.

Resolução



a) $i_1 = \frac{U_{AB}}{R_1} \Rightarrow i_1 = \frac{110}{22} \Rightarrow i_1 = 5A$

$P_2 = U_{AB} \cdot i_2 \Rightarrow i_2 = \frac{P_2}{U_{AB}} = \frac{1100}{110}$

$i_2 = 10 A$

$P_3 = U_{AB} \cdot i_3 \Rightarrow i_3 = \frac{P_3}{U_{AB}} = \frac{1650}{110}$

$i_3 = 15 A$

b) A corrente no pino X é a corrente que entra por A e sai por B:

$i = i_1 + i_2 + i_3 \Rightarrow i = 5 + 10 + 15$

$i = 30 A$

c) Por estarem todas ligadas aos mesmos nós A e B e, portanto, sujeitos à mesma ddp U_{AB} de 110 V, eles estão associados em paralelo.

No resistor equivalente temos:

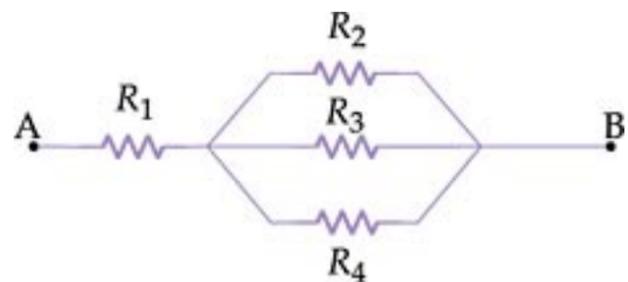
$U_{AB} = 110V$ e $i = 30 A$

logo, a resistência equivalente da associação é:

$R_E = \frac{U_{AB}}{i} = \frac{110}{30} \Rightarrow R_E \cong 3,7 \Omega$

5. Associação Mista

Denominamos associação mista de resistores toda associação que pode ser reduzida à associação em série e em paralelo.



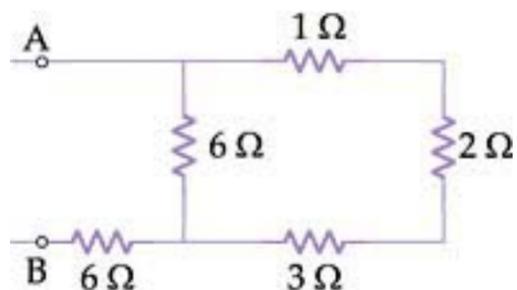
Para calcularmos o resistor equivalente a uma associação mista, devemos resolver as associações singulares (série ou paralelo) que estão evidentes e, a seguir, simplificar o circuito até uma única ligação singular.



Capítulo 03. Associação de Resistores

6. Cálculo da Resistência Equivalente numa Associação Mista

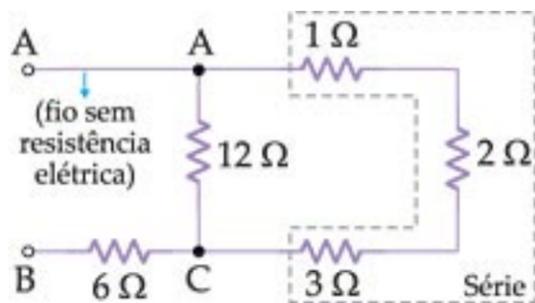
Consideremos a associação:



Para resolvermos esta associação, devemos proceder do seguinte modo:

1. Identificamos e nomeamos todos os **nós** da associação, tomando o cuidado para denominar com a mesma letra aqueles **nós** que estiverem ligados por um fio sem resistência elétrica, pois representam pontos que estão ao mesmo potencial elétrico.

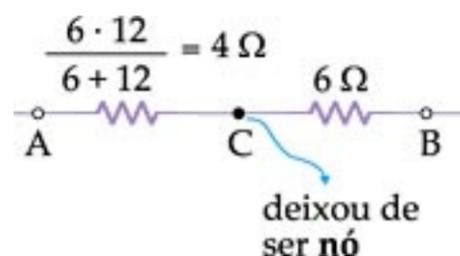
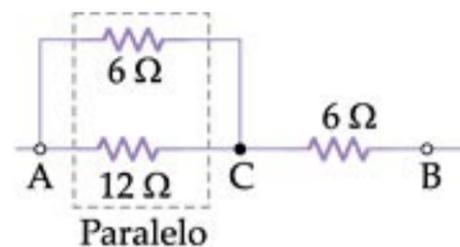
Dessa forma já percebemos os resistores em série ou em paralelo.



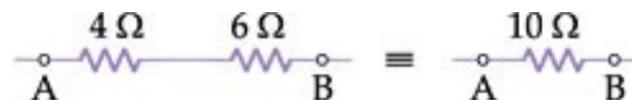
2. Lançamos numa mesma reta: os terminais da associação, que ocuparão os extremos, e os **nós** encontrados, que ficarão entre estes.



3. Redesenhamos os resistores nessa reta, já substituindo aqueles em série ou em paralelo pelos respectivos resistores equivalentes, tomando cuidado para fazê-lo nos terminais (letras) corretos.



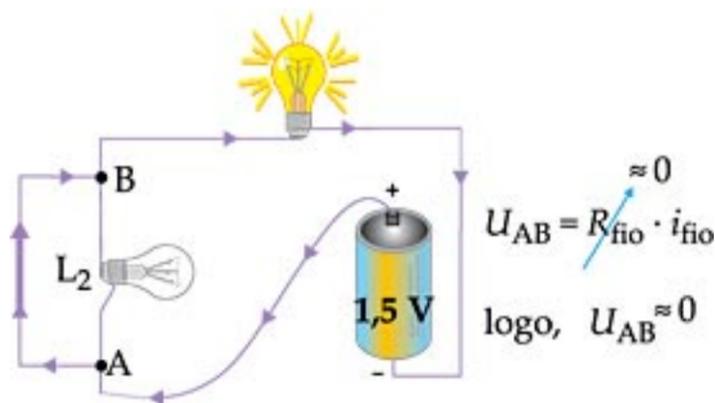
4. Prosseguimos dessa forma até chegar a um único resistor, que é o resistor equivalente da associação.



7. Curto-Circuito

Dizemos que um elemento de um circuito está em **curto-circuito** quando ele está sujeito a uma **diferença de potencial** nula.

Exemplo



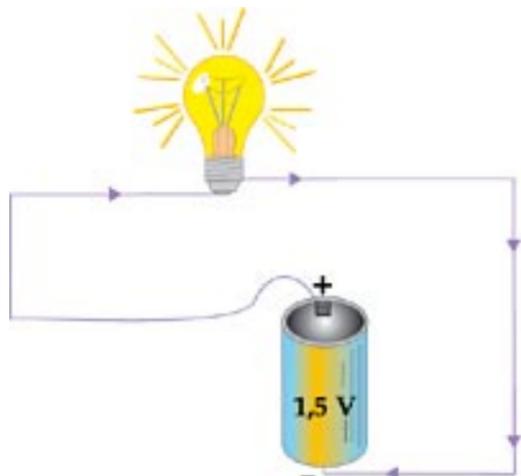
No circuito acima, a lâmpada L_2 está em curto-circuito, pois ela está ligada nos terminais A e B, que apresentam ddp nula devido estarem ligados por um fio ideal. Portanto, a lâmpada L_2 está apagada, por não passar corrente elétrica através dela. A corrente elétrica, ao chegar ao ponto A, passa totalmente pelo fio ideal (sem resistência elétrica).

24
25
26
27
28
29
30
31



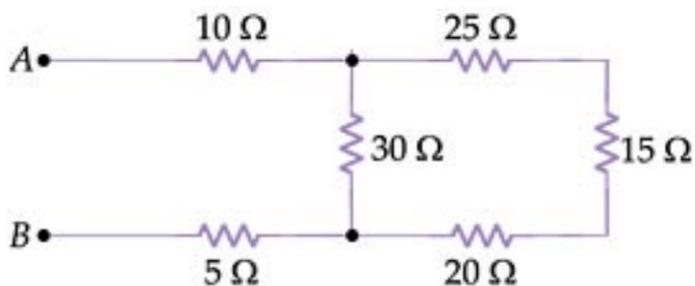
Capítulo 03. Associação de Resistores

Nessas condições, o circuito dado pode ser representado pela figura a seguir.

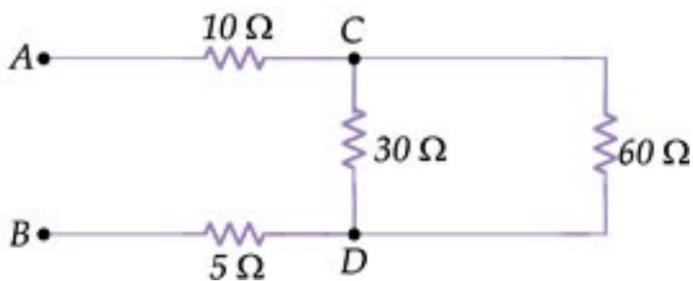


Exercícios Resolvidos

01. Determine a resistência equivalente da associação a seguir.

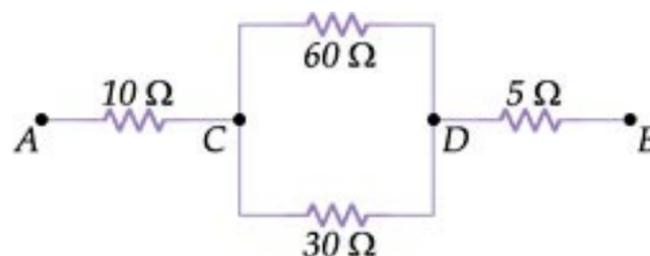


Resolução: Resolvemos inicialmente os resistores associados em série: $25\ \Omega$; $15\ \Omega$ e $20\ \Omega$.



Entre os terminais A e B, temos dois nós que, na figura anterior, receberam a denominação de C e D. Lançando todos os pontos A, B, C e D numa reta e lembrando que A e B são os extremos, temos:

24
25
26
27
28
29
30
31



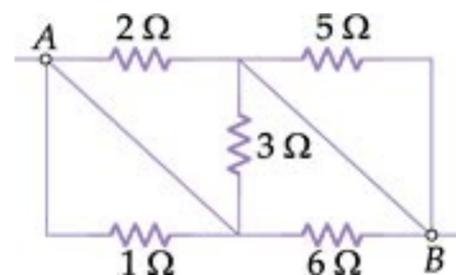
Resolvendo a associação em paralelo entre os resistores de $30\ \Omega$ e $60\ \Omega$, temos:



Finalmente, associamos os três resistores em série, obtendo a resistência equivalente:

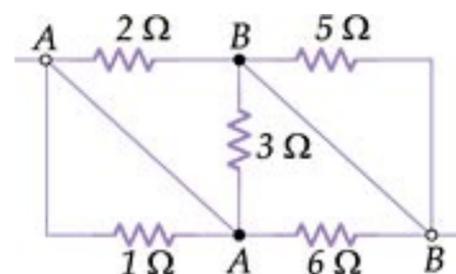


02. A figura representa uma associação mista de resistores, cujas resistências elétricas estão indicadas.



- Existe algum resistor em curto-circuito?
- Determine a resistência equivalente entre A e B.

Resolução: Determinemos os nós:

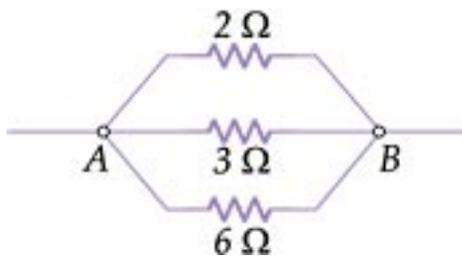


- Os resistores de $1\ \Omega$ e $5\ \Omega$ têm nos seus terminais as mesmas letras (AA e BB, respectivamente), portanto estão em curto-circuito e podem ser retirados do circuito sem que nada se altere.



Capítulo 03. Associação de Resistores

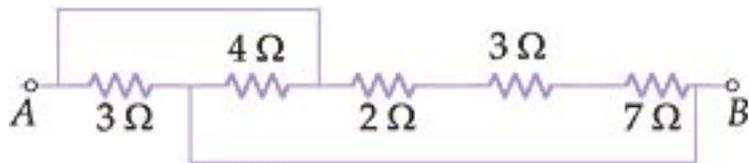
b) Os resistores de $2\ \Omega$, $3\ \Omega$ e $6\ \Omega$ têm seus terminais ligados aos mesmos nós (A e B), logo estão em paralelo e podemos representá-los assim:



e o resistor equivalente é:



03. Determine a resistência equivalente da associação abaixo.



Resolução: Determinemos os nós.

